

Esercizio n. 6

Una spira della forma riportata in figura, con $a = 50 \text{ cm}$, è immersa in un campo di induzione magnetica \vec{B} uniforme, perpendicolare al piano del foglio ed uscente da esso, di modulo $B = 3 \cdot 10^{-5} \text{ T}$. Il vertice P si sposta verso destra con velocità costante $v = 5 \text{ m/sec}$ in modo che i tratti PQ e PR ($PQ=PR$), costituiti da fili flessibili di resistenza elettrica trascurabile, rimangano sempre rettilinei, mentre gli altri vertici rimangono fermi. La spira ha una resistenza elettrica $R_0 = 2 \cdot 10^{-3} \Omega$.

Calcolare:

- La forza elettromotrice che si induce nella spira.
- La corrente indotta in valore e verso.
- La potenza necessaria per mantenere la velocità del punto P costante.

Esercizio n. 2

Il punto P nel tempo dt si sposta del tratto $PP' = vdt$. L'area della spira aumenta dunque del doppio dell'area del triangolo $PP'Q$:

$$dS = 2 \left(vdt \frac{a}{2} \frac{1}{2} \right) = \frac{av}{2} dt$$

Conseguentemente, il flusso del campo \vec{B} attraverso la spira varia di:

$$d\phi = B dS = \frac{avB}{2} dt$$

Pertanto, Il valore della forza elettromotrice indotta è:

$$f = \frac{d\phi}{dt} = \frac{avB}{2}$$

e la corrente indotta vale:

$$i = \frac{f}{R_0} = \frac{avB}{2R_0}$$

Passando alle grandezze numeriche abbiamo:

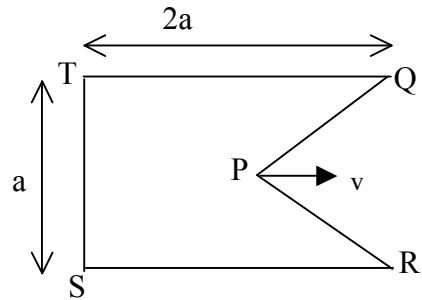
$$f = \frac{50 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 3 \cdot 10^{-5}}{2} = 3.75 \cdot 10^{-5} \text{ V}$$

$$i = \frac{50 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 3 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 0.0187 \text{ A} \cong 19 \text{ mA}$$

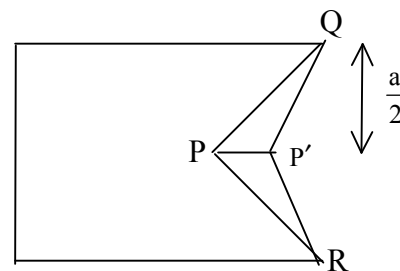
La corrente indotta deve girare in senso orario. Solo così infatti, nel rispetto della legge di Lenz, il flusso del campo prodotto dalla corrente indotta tende ad opporsi alla variazione di flusso che l'ha generata.

Per la conservazione dell'energia, la potenza necessaria per mantenere la velocità del punto P costante, è uguale alla potenza sviluppata per effetto joule nella spira:

$$P = i^2 R_0 = \frac{a^2 v^2 B^2}{4 R_0} \quad \rightarrow \quad P = \frac{(50 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 5^2 \cdot (3 \cdot 10^{-5})^2}{4 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 7.03 \cdot 10^{-7} \text{ W}$$



B uscente dal piano del foglio



Il calcolo della potenza può essere effettuato in altro modo, valutando la forza ($\vec{F} = i \vec{l} \wedge \vec{B}$) che agisce sui tratti QP e PR della spira.

Supponiamo che la corrente giri in senso orario. Le forze agenti sui tratti suddetti, riportate in figura, hanno lo stesso modulo:

$$F_{QP} = F_{PR} = i \overline{QP} B$$

Le componenti orizzontali sono:

$$(\vec{F}_{PR})_x = (\vec{F}_{QP})_x = -i \overline{QP} B \cos \beta = -iB \frac{a}{2}$$

Poiché i punti medi dei tratti QP e PR si muovono lungo l'asse x con velocità costante $v/2$, la potenza sviluppata sarà:

$$P = -2(\vec{F}_{QP})_x \frac{v}{2} = -\frac{iBav}{2}$$

da cui, ricordando l'espressione della corrente indotta, abbiamo:

$$P = -\frac{avB}{2R_0} \frac{Bav}{2} = -\frac{a^2 v^2 B^2}{4R_0}$$

Il segno meno significa che dobbiamo spendere potenza per mantenere la velocità costante. Questa potenza spesa deve compensare la potenza generata per effetto joule, in accordo con la conservazione dell'energia.

Dunque il verso ipotizzato della corrente indotta è effettivamente orario: si è evidenziata così la connessione tra il verso della corrente indotta, quindi la legge di Lenz, e il principio della conservazione dell'energia.

